

**ИЗПОЛЗВАНЕ НА ИНТЕРПОЛАЦИОННИ И ЕКСТРАПОЛАЦИОННИ
МЕТОДИ В ЛАБОРАТОРНИЯ ПРАКТИКУМ ПО ФИЗИКА****Фатме Падикова¹, Даниела Недева², Николай Ангелов³**^{1, 2, 3}Технически университет – Габрово**USE OF INTERPOLATION AND EXTRAPOLATION METHODS IN THE
LABORATORY PRACTICUM IN PHYSICS****Fatme Padikova¹, Daniela Nedeva², Nikolay Angelov³**^{1, 2, 3} Technical University of Gabrovo**Abstract**

Various interpolation and extrapolation methods have been proposed in the study of functional dependencies between quantities in the laboratory practicum in physics for students of technical universities. Interpolation and extrapolation with polynomials, trigonometric polynomials, rational polynomials, Lagrange polynomials and rational functions are used. By means of these methods, students can determine values of studied quantities that do not coincide with the obtained experimental results or values of quantities that are outside the fields of experimental research. The results are processed using EXCEL.

Keywords: physics, laboratory practicum, interpolation method, extrapolation method, EXCEL.

ВЪВЕДЕНИЕ

Лабораторен практикум по физика помага на студентите по-добре да разбират и научават основните физични закони, да придобиват умения за самостоятелна експериментална работа, да се запознаят с измервателна апаратура и методи за физически измервания, да научат как да записват и обработват резултатите от измерванията и да анализират и оценяват получените крайни резултатите [1 – 3].

За реализация на тези цели често се прилага интердисциплинарния подход [7 – 10]. В науката често се използва тясната връзка между физиката и математиката. Прилагат се различни математическите методи за решаване на физични проблеми и формулиране на физични теории. В частност, математически методи се прилагат в лабораторния практикум по физика за получаване на стойности на величини, различни от експерименталните.

Цел на доклада е дискутиране на различни интерполяционни и екстраполяционни методи за представяне на зависимости между експериментално определени величини, изследване на възможностите им за прилагане в конкретни упражнения от лабораторния практикум по физика.

ИЗЛОЖЕНИЕ

При снемане на експериментални данни за дискретни стойности на аргумента x_i се измерват или получават косвено стойности на функцията y_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n+1$). Често за стойности на аргумента x , различни от x_i , е необходимо да се знаят стойностите на функцията y . Използват се следните методи:

- интерполация

Когато е изпълнено условието
 $x \in (x_1, x_{n+1})$; (1)

- екстраполация

Когато е изпълнено едно от условията
 $x < x_1$,

$$x > x_{n+1}. \quad (2)$$

При това функциите за интерполация [1] могат да бъдат от различен тип:

- **полиноми;**

Общият вид на полином от n -та степен е

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_i x^i + \dots + a_1 x + a_0 \quad (3)$$

Използват се най-често, тъй като пресмятанятия с полиномите са най-опростени – когато зависимостта между изследваните величини е линейна или може да се представи с крива от втора, трета или по-висока степен;

- **рационални полиноми;**

Рационалните полиноми са от вида

$$R(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_i x^i + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_i x^i + \dots + b_1 x + b_0} \quad (4)$$

Рационалните полиноми се използват за приближаване или моделиране на по-сложни уравнения в науката и техниката, включително сили във физиката, в спектроскопията, при вълнови функции за атоми и молекули, аеродинамиката, при определяне на концентрации на разтвори, в акустиката, оптиката и фотографията.

- **тригонометрични полиноми;**

$$T(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n [a_i \cos(ix) + b_i \sin(ix)] \quad (5)$$

Използват се при изследване на периодични функции, най-често за механични и електрични трептения и за вълнови процеси.

- **експоненциални полиноми.**

Общият вид на експоненциален полином се дава с израза

$$E(x) = a_1 e^{\alpha_1 x} + a_2 e^{\alpha_2 x} + \dots + a_i e^{\alpha_i x} + \dots + a_{n-1} e^{\alpha_{n-1} x} + a_n e^{\alpha_n x} \quad (6)$$

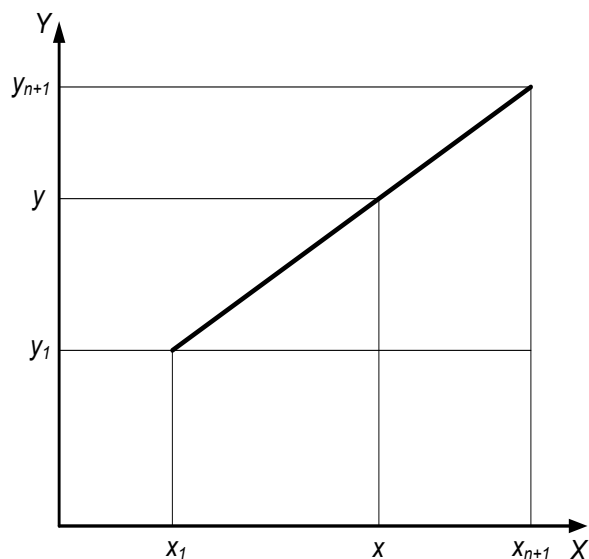
При експоненциални зависимости между изследваните величини – зависимост на съпротивлението на полупроводник от температурата, изследване на свободни затихващи трептения.

В лабораторния практикум по физика успешно могат да се прилагат:

• **линейна интерполация;**

Зависимостта $y = y(x)$ трябва да е линейна или близка до линейната. Тя е представена графично на фиг. 1. Стойността на функцията y за аргумент x , несъвпадащ с експерименталните данни и намиращ се в интервала $x \in (x_1, x_{n+1})$ се дава с израза

$$y = y_1 + \frac{y_{n+1} - y_1}{x_{n+1} - x_1} (x - x_1). \quad (7)$$



Фиг. 1. Определяне на стойността на функцията y за аргумента x чрез линейна интерполация

В лабораторния практикум по физика [4 – 6] в Технически университет – Габрово линейна интерполация може да се използва в следните упражнения:

- Изследване на процесите на трептене на течност в U-видна тръба;
- Определяне на зависимостта на показателя на пречупване на светлината във въздух от налягането;
- Определяне на светлинен поток и светлинен добив на светлинен източник;
- Изследване на температурната зависимост на съпротивлението на метал и полупроводник.

• **полиноми на Лагранж.**

При по-сложна зависимост между изследваните величини при интерполация е удачно да се използват полиноми на Лагранж от втора, трета или по-висока степен.

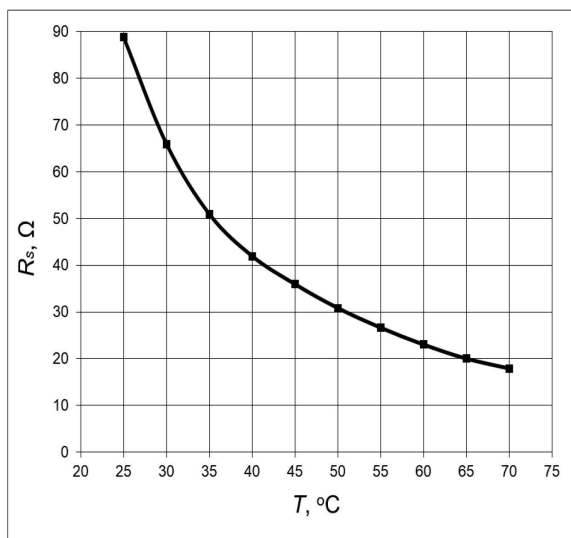
Полиномът на Лагранж [11-12] има вида

$$L_n(x) = \sum_{i=1}^{n+1} y_i \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)(x-x_{n+1})}{(x_i-x_1)(x_i-x_2)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)(x_i-x_{n+1})} \quad (8)$$

Като пример за използване на полином на Лагранж може да се даде изследване на експерименталната зависимост на съпротивлението R_s на полупроводников образец от температурата T . На фиг. 2 е представена графика на експерименталната зависимост $R_s = R_s(T)$. За получаване на полинома на Лагранж се използват резултатите от 4 измервания (табл. 1).

Съгласно (8) се представя изследваната зависимост с полином на Лагранж

$$R_s = 88,8 \frac{(T-40)(T-55)(T-70)}{(25-40)(25-55)(25-70)} + 42,0 \frac{(T-25)(T-55)(T-70)}{(40-25)(40-55)(40-70)} + 26,7 \frac{(T-25)(T-40)(T-70)}{(55-25)(55-40)(55-70)} + 18,0 \frac{(T-25)(T-40)(T-55)}{(70-25)(70-40)(70-55)}$$



Фиг. 2. Графика на експерименталната зависимост $R_s = R_s(T)$ за полупроводников образец

Таблица 1. Експериментални резултати за получаване полинома на Лагранж за зависимостта $R_s = R_s(T)$

Температура $T, ^\circ\text{C}$	Съпротивление R_s, Ω
25	88,8
40	42,0
55	26,70
70	18,00

Получава се полином на Лагранж от трета степен

$$R_s = -1,2296297 \cdot 10^{-3} T^3 + 0,2175556 T^2 - 13,295556 T + 304,429637,$$

където T е в $^\circ\text{C}$, а R_s е в Ω .

Представянето на експериментални зависимости чрез полиноми на Лагранж може да се използва в следените упражнения от лабораторния практикум по физика в Технически университет – Габрово:

- *Определяне на стойности и величини, характеризиращи феромагнитни материали;*

- *Изследване на температурната зависимост на съпротивлението на метал и полупроводник;*

- *Определяне на интензитета на нажежаема лампа;*

- *Изследване на спектъра на газоразрядна лампа с помощта на монохроматор УМ2;*

- *Снемане на характеристики на фотоелемент;*

- *Изследване на температурната зависимост на съпротивлението на метал и полупроводник;*

- *Изследване на зависимостта на електропроводимостта на полупроводниците от интензитета на електрическото поле.*

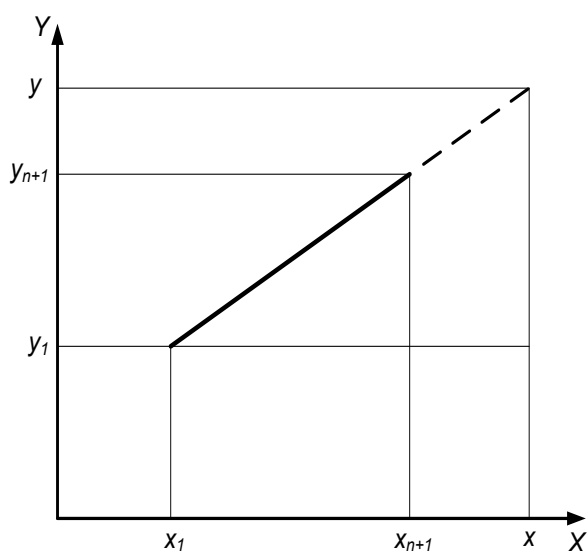
За екстраполация се използват функции от същия тип като най-често грешката е по-голяма. Показана е линейна екстраполация, която се използва в изработваните от студентите лабораторни упражнения по физика.

Зависимостта $y = y(x)$ също трябва да е линейна или близка до линейната. Тя е представена графично на фиг. 3. Аргументът x не съвпада с експерименталните данни и за него е изпълнено условието

$$x < x_1 \text{ или } x > x_{n+1}.$$

Стойността на функцията y се получава от израза

$$y = y_1 + \frac{y_{n+1} - y_1}{x_{n+1} - x_1} (x - x_1). \quad (4)$$



Фиг. 3. Определяне на стойността на функцията y за аргумента x чрез линейна екстраполация

Линейна екстраполация е подходяща при представяне на експериментални зависимости в следните упражнения от лабораторния практикум по физика:

- Изследване на процесите на трептене на течност в U -видна тръба;
- Определяне на зависимостта на показателя на пречупване на светлината във въздух от налягането;
- Определяне на светлинен поток и светлинен добив на светлинен източник;

За предложените методи на интерполация и екстраполация са разработени програми на EXCEL за пресмятане на стойности на функцията за различни стойности на аргумента, които не съвпадат с експериментално измерените величини. Например, за температура $T_1 = 29\text{ }^\circ\text{C}$ се получава съпротивление на полупроводниковия образец $R_{s1} = 70,3\ \Omega$, а за температура $T_2 = 42\text{ }^\circ\text{C}$ съпротивление $- R_{s2} = 39,4\ \Omega$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучаването и прилагането на интерполационни и екстраполационни методи в лабораторния практикум по физика показва на студентите как от експериментални данни с дискретни стойности на величини се получават стойности на функцията за всяка стойност на аргумента в изследвания интервал. Тези знания са в помощ и при обу-

чението им по инженерните дисциплини през цялото време на следването в университета и в бъдещата им работа като инженери.

Студентите виждат и взаимната връзка между изучаваното в две различни дисциплини и ползата от интеграционния подход в обучението.

REFERENCE

- [1] Smith, W., Experimental Physics. Principles and Practice for the Laboratory, CRC Press, 2022, 452 Pages, ISBN 9781032336657.
- [2] Sokołowska, D., Michelini, M., The Role of Laboratory Work in Improving Physics Teaching and Learning, Springer, 2018, 190 Pages, ISBN: 978-3-319-96184-2.
- [3] Bernard, C., C. Epp, Laboratory Experiments in College Physics, Wiley, 1994, 400 Pages, ISBN: 978-0-471-00251-2.
- [4] Stoyanova-Temova, P. i dr., Fizika. Praktikum za laboratorni uprazhneniya, Univ. Izd. "Vasil Aprilov", Gabrovo, 2000 (in Bulgarian).
- [5] Angelov, N., P. Danailov, D. Nedeva, Praktikum po Fizika, Univ. Izd. "Vasil Aprilov", Gabrovo, 2020, ISBN 978-954-683-621-2 (in Bulgarian).
- [6] Danailov P., N. Angelov, D. Nedeva, Fizika: laboratorien dnevnik, Izd. "Eks-pres", Gabrovo, 2019, ISBN 978-954-490-657-3 (in Bulgarian).
- [7] Bulgariu, M., Physics in an Interdisciplinary Approach, AIP Conference Proceedings 1203, 1256, 2010; DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3322350>
- [8] Tishenko, V., I. Kobrinskaya, Viyavlenie Prioritetnih Nauchnih Napravlenij: Mezhdudisciplinarniy Podhod, Izd. IMEMO RAN, Moskva, 2016 (in Russian).
- [9] Minaeva, A., Ispolzvanie Mezhdupredmetnih Svyazey v Prepodavanii Matematiki v Tehnicheskom VUZE, Mezhdunarodnij studencheskij Vestnik, № 5(3), 2015, ISSN 2409-529X (in Russian).
- [10] Boniolo, G., P. Budinich, M. Trobok, The Role of Mathematics in Physical Sciences — Interdisciplinary and Philosophical Aspects, Springer, 244 Pages, 2005, DOI: 10.1007/1-4020-3107-6-1.
- [11] Barbeau, E., Polynomials, Springer, New York, 2003, 462 Pages, ISBN 13:978-0-387-40627-5.
- [12] Chapra, S., R. Canale, Numerical Methods for Engineers, Mc Graw Hill, 2015, 970 Pages, ISBN 978-0-07-339792-4.